

Struktur II: Festkörperphysik

Formelblatt der Vorlesung von Prof. Dr. Dieter Weiss

Christoph Preis, 5. Februar 2010, christophpreis@gmail.com

0 Klassifikation der Festkörper

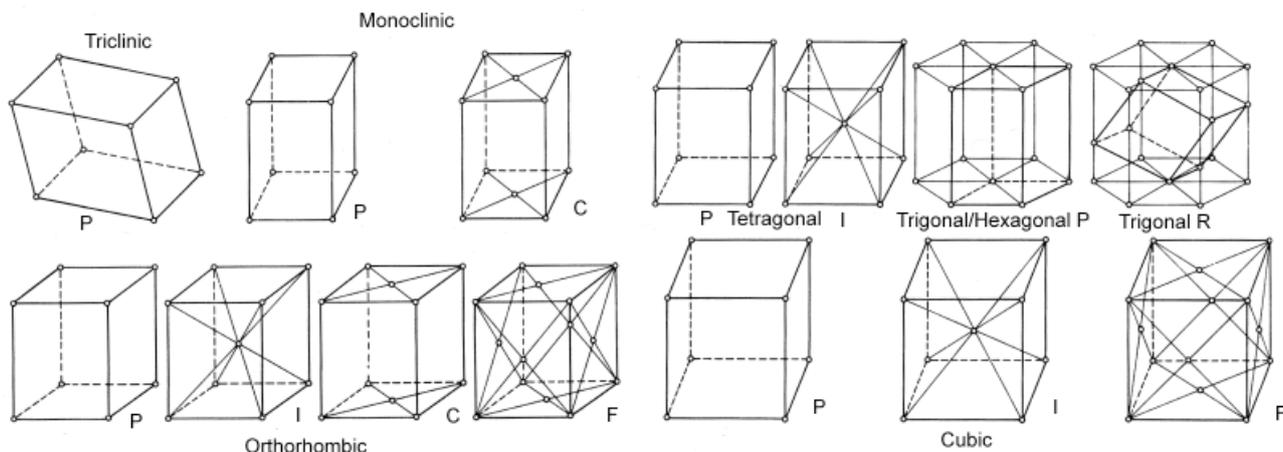
Einkristalle: vollständig periodisch

Polykristalline: zusammengesetzte Einkristalle

Amorphe: nur langreichweitige Translationssymmetrie

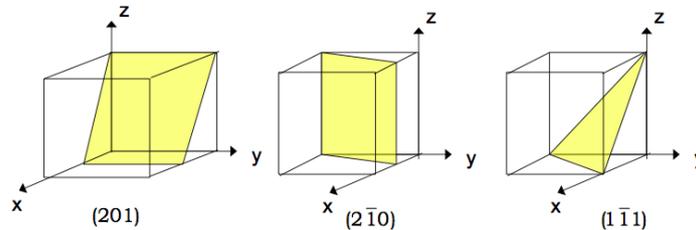
Zusammengesetzte Materialien: keine Ordnung

1 Atome in Kristallen



Kristallstruktur	Gitter + Basis
Basis	$\vec{R}_j = x_j \vec{a}_1 + y_j \vec{a}_2 + z_j \vec{a}_3$ mit Basisatomen j
2D Bravaisgitter	5 Möglichkeiten (variieren a, b, $\gamma = 90^\circ, 60^\circ, \text{bel.}$)
3D Bravaisgitter	14 Möglichkeiten in 7 Kristallsystemen
Punktgruppen	Mit dem jeweiligen Gitter verträgliche Basissymmetrieelemente
Einheitszelle	Menge von Gitterpunkten, die periodisch wiederholt das Gitter aufbaut
Primitive Einheitszelle	Kleinstmögliche Einheitszelle (nur ein Gitterpunkt, nicht eindeutig)
Wigner-Seitz-Zelle	Spezielle primitive Einheitszelle; Konstruktion durch Mittelsenkrechten der Verbindungslinien zu allen nächsten Nachbarn.
Koordinationszahl	Anzahl direkt gebundener Atome
Richtungen	Richtung von $\vec{z} = u\vec{a}_1 + v\vec{a}_2 + w\vec{a}_3$ gegeben durch $[uvw]$, für negative u: $[\bar{u}vw]$
Satz äquiv. Richtungen	$\langle uvw \rangle$
Flächen	Miller'sche Indices $(hkl) = (\frac{1}{u} \frac{1}{v} \frac{1}{w})$, Satz äquivalenter Richtungen: $\{hkl\}$
Flächen im kubischen Gitter	$d = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}}$, $\cos \Theta = \frac{h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2}{\sqrt{h_1^2+k_1^2+l_1^2} \sqrt{h_2^2+k_2^2+l_2^2}}$
hexagonales Gitter	4 Indices: 3 in Grundfläche, 1 \perp ; hcp (ABAB) oder fcc (ABC) Struktur

Kristallsystem	Gitterkonstanten	Winkel	Zähligkeit
triklin	$a = b = c$	$\alpha \neq \beta \neq \gamma$	1
monoklin	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \gamma = 90^\circ, \beta \neq 90^\circ$	2
orthorombisch	$a \neq b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	2 (zwei)
tetragonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	4
hexagonal	$a = b \neq c$	$\alpha = \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$	6
trigonal (rhomboedrisch)	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma \neq 90^\circ$	3
kubisch	$a = b = c$	$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$	3 (vier)



Fehler in Kristallen:	Schottky-Defekte	Leerstelle im Gitter	$N_F = N e^{-E_{feh1}/k_B T}$
	Frenkel-Defekte	Atom im Zwischengitter	$N_{Fr} = \sqrt{N N_{Zw}} e^{-\varepsilon_{Zw}/k_B T}$
	Substitutions-Störstelle	Fremdatome im Gitter, z.B. bei Dotierung	mit N_{Zw} Zahl Zwischengitterplätze
	Gitterversetzungen	Schrauben- oder Stufenversetzungen	
	Punktdefekte diffundieren, aber langsamer Prozess; wächst schnell mit T		

Bindung	Vorkommen	Theorie
Van-der-Waals	Edelgaskristalle	induzierte Dipole $E \sim \frac{p_1 p_2}{r^3} = \frac{\alpha p_1^2}{r^6}$
Wasserstoffbrücken	zwischen H und F,N,O	Teilladungen durch unterschiedliche Elektronegativität
metallisch	alle Metalle	Elektronengas zwischen Ionenrümpfen
ionisch	Alkalihalogenidkristalle	elektrostatische WW, $E \approx -\frac{\alpha q^2}{4\pi\epsilon_0}$ mit Madelung-K. α
kovalent	Diamant, Si, Ge	Orbitalüberlappung, Hybridisierung z.B. $s^2 p^2 \rightarrow sp^3$

Repulsive Kräfte: Coulomb-Abstoßung Kerne bzw. Elektronen
kinetische Energie aus Unschärferelation
Besetzung höherer Energieniveaus aufgrund von Pauli

2 Wellen in Kristallstrukturen

Bragg-Bedingung: $2d \sin \Theta = n\lambda$, d.h. Beugung nur möglich für $n\lambda/(2d) \leq 1$

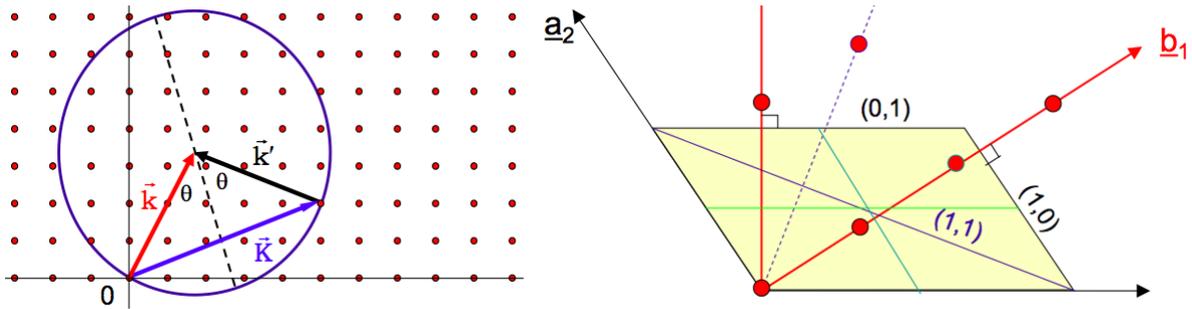
Laue-Bedingung (äquivalent): $e^{i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{R}} = 1 \rightarrow \frac{\vec{k} \cdot \vec{K}}{K} = \frac{1}{2} K$

Definitionen:	Wellenvektor Phonon	$ \vec{k} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}, E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} = \hbar \nu$
	Streuamplitude	$A(\vec{K}) = \int_{V_Z} \rho(\vec{r}) e^{-i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{r}} dV$
	Streuvektor	$\vec{K} = (\vec{k} - \vec{k}')$
	Streudichteverteilung	$\rho(\vec{r} + \vec{R}) = \rho(\vec{r}) = 1/(2\pi)^3 \int A(\vec{K}) e^{-i(\vec{k}-\vec{k}') \cdot \vec{r}} d^3 K$
	→ Fourierkoeff.	$\rho_{hkl} = 1/V_Z \int_{V_Z} \rho(\vec{r}) e^{-\vec{K}_{hkl} \cdot \vec{r}} dV$
	Gittervektor	$\vec{R} = n_1 \vec{a}_1 + n_2 \vec{a}_2 + n_3 \vec{a}_3$
	reziproker Gittervektor	$\vec{K}_{hkl} = h \vec{b}_1 + k \vec{b}_2 + l \vec{b}_3$
		→ $\vec{b}_i \cdot \vec{a}_j = 2\pi \delta_{ij}, \vec{K}_{hkl} \perp (hkl)$
	Brillouin-Zone	Wigner-Seitz-Zelle des reziproken Gitters

Basis des reziproken Gitters: $\vec{b}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}$, $\vec{b}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}$, $\vec{b}_3 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}$

	Ortsgitter	→ Reziprokes Gitter
Beispiel bcc und fcc:	bcc: $\vec{a}_i = a/2 (\vec{j} + \vec{k} - \vec{i})$	$\vec{a}_i = 2\pi/a (\vec{j} + \vec{k})$ (fcc)
	fcc: $\vec{b}_i = a/2 (\vec{j} + \vec{k})$	$\vec{b}_i = 2\pi/a (\vec{j} + \vec{k} - \vec{i})$ (bcc)

Spektroskopie: Laue Edwald-Kugel (Radius $|\vec{k}|$ um \vec{k} → Laue erfüllt) mit Spektrum λ_0 bis λ_1
 Drehkristall Drehung bist reziproker Gitterpunkt auf Edwaldkugel trifft
 Pulvermethode statistische Verteilung der Achsen → Drehkristallbild (Debye-Scherrer)



Strukturfaktor: Basisatome führen zu Modifikation der Interferenzbedingungen
 $S_{hkl} = \sum_{\alpha} f_{\alpha}(\vec{K}) e^{-2\pi i(hu_{\alpha} + kv_{\alpha} + lw_{\alpha})}$ mit Atomstrukturfaktor f_{α} des Atoms α

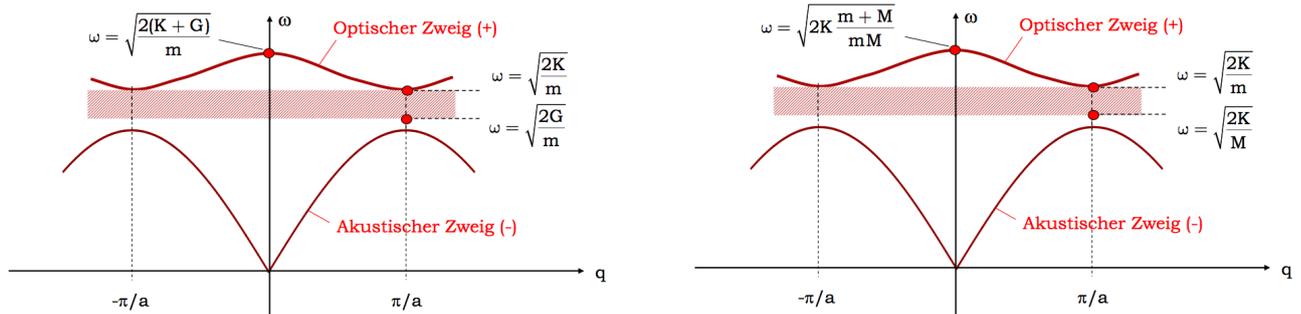
Beispiel bcc: $S_{hkl} = f e^{2\pi i(0+0+0)} + f e^{2\pi i(\frac{1}{2}h + \frac{1}{2}k + \frac{1}{2}l)}$ → Reflex nur für $h + k + l$ gerade

3 Gitterschwingungen

Definitionen: Wellenvektor $|q| = 2\pi/\lambda$ mit $\lambda = 2\pi/a$
 Federkonstante K
 Verschiebung Atom n aus GGLage $na \hat{x}$ $u(na)$
 Phasen-, Gruppengeschwindigkeit $c = \omega/q, d\omega/dq$
 Phononenimpuls $\hbar \vec{q}$

1D Gitter mit einem Basisatom: $U = \frac{1}{2}K \sum_n (u(na) - u([n+1]a))^2 \rightarrow m\ddot{u}(na) = -\frac{\partial U}{\partial u(na)}$
 → Dispersionsrelation: $\omega = 2\sqrt{\frac{K}{m}} |\sin(\frac{1}{2}qa)|$

1D Gitter mit zwei Basisatomen: Federkonstanten G, K → $\omega^2 = \frac{K+G}{m} \pm \frac{1}{m} \sqrt{K^2 + G^2 + 2KG \cos qa}$
 3D Gitter mit p Basisatomen: 3 akustische Zweige, $3(p-1)$ optische Zweige



Erzeugung von Phononen: durch Äußere Störungen (Schall), Teilchenstreuung, thermisch.

Es gelten Erhaltungssätze für Absorption bzw. Emission: Impulserhaltung $\vec{k} + \vec{K} = \vec{k}' \mp \vec{q}$
 Energieerhaltung $\frac{\hbar^2 k^2}{2m_n} = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m_n} \mp \hbar\omega_{\vec{q},s}$

spezifische Wärme: Einstein-Modell: Besetzungswahrsch. $P_n = Ae^{-\frac{E_n}{kT}} = e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}} (1 - e^{-\frac{\hbar\omega}{kT}})$
 $\rightarrow C_V = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_V$ mit $U = 3N\langle E \rangle$, $\langle E \rangle = \hbar\omega \left(\langle n \rangle - 1 + \frac{1}{2}\right)$, $\langle n \rangle = \frac{1}{e^{\hbar\omega/kT}}$
 Debye-Modell für $T \gg \Theta$: $C_V = 3Nk_B$; für $T \ll \Theta$: $C_V = 3Nk_B \frac{4\pi^4}{5} \left(\frac{T}{\Theta}\right)^3$
 mit Debye-Temperatur $\Theta = \hbar\omega_D/k_B$

4 Thermische Leitfähigkeit

Energieübertragung in Kristallen über Phononen, Photonen, Elektronen. In Nichtmet. dominieren Phononen.

Es gilt $\frac{\dot{Q}}{A} = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta x}$ mit \dot{Q} Fluss thermischer Energie, Fläche A
 thermische Leitfähigkeit: $\kappa = 1/3 c_v v l_{ph}$

Streumechanismen: Phonon-Phonon-Streuung (große T, $\propto e^{-\Theta_D/2T}$)
 Streuung an Defekten und Grenzflächen (kleine T, $\propto T^3$)

harmonische Näherung: keine Wärmeausdehnung; elastischen Konstanten von Temperatur und vom Druck unabhängig; spezifische Wärme bei hohen Temperaturen konstant; keine WW Gitterwellen, d.h. keine Dämpfung oder Streuung

Anharmonische Potentialterme $U(x) = cx^2 - gx^3 - fx^4$ führen zu thermischer Ausdehnung $l(T) = l_0(1 + \alpha T)$, $\alpha = \frac{3g}{4c^2} k_B T$

Phonon-Phonon-Streuung gilt $\vec{q}_1 + \vec{q}_2 = \vec{q}_3 + \vec{K}$. Umklappeffekte ($\vec{K} \neq 0$) bewirken Wärmewiderstand.

5 Das freie Elektronengas

Definitionen	Fermienergie	$\epsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} k_F^2$ Energie oberster besetzter Zustands für T = 0
	elektrochemisches Potential	$\mu (f_{FD}(\mu) = 1/2; T = 0 \rightarrow \mu = \epsilon_F)$
	Landungsträgerdichte	$n = N/V$
	Zustandsdichte	$D(\epsilon) = dN/d\epsilon$

freies Elektronengas 1D, T = 0: $\epsilon_n = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 > 0; n \in \mathbb{N}$
 1D, T > 0: Fermi-Dirac Verteilung $f_{FD}(\epsilon) = 1 / (e^{(\epsilon-\mu)/kT} + 1)$
 3D, T = 0: Besetzt bis ϵ_F mit $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$; $v_F = \frac{\hbar k_F}{m}$

Zustandsdichte	1DEG:	$D(\epsilon)d\epsilon = \left(\frac{m}{2\hbar^2}\right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{\epsilon}} d\epsilon$
	2DEG:	$D(\epsilon)d\epsilon = \frac{Am}{\pi\hbar^2} d\epsilon$
	3DEG:	$D(\epsilon)d\epsilon = \frac{V}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{3/2} \sqrt{\epsilon} d\epsilon$
	nDEG:	$D(k)dk = 2\left(\frac{1}{(2\pi)^n} V_{n-1} V_n\right) dk$ mit $V_n = \left(\frac{\pi}{a}\right)^n$

spezifische Wärme: $C_{el} = dE_{el}/dT$. Nur Elektronen nahe der Fermienergie können thermische Energie aufnehmen. $\rightarrow E_{el} \propto N(k_B T) \propto (D(\epsilon_F)k_B T)(k_B T) = D(\epsilon_F)(k_B T)^2$

genauer: $C_{el} = \frac{\pi^2}{3} D(\epsilon_F) k_B^2 T = \gamma T$ mit Sommerfeld Koeffizient γ , $C_{gesamt} = \gamma T + AT^3$

6 Elektrische Leitfähigkeit und ohmsches Gesetz

Drude Modell: $m \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{m\vec{v}}{\tau} = \vec{F} = -e(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$ mit Driftgeschwindigkeit \vec{v} , mittlerer Relaxationszeit τ . Für stationären Zustand und $B = 0$ ergibt sich $\vec{j} = \sigma_0 \vec{E}$, $\vec{E} = \rho_0 \vec{j}$ mit Leitfähigkeit $\sigma_0 = \frac{e^2 n \tau}{m} = \rho_0^{-1}$

Leitfähigkeitstensor $\hat{\sigma} = \frac{\sigma_0}{1 + (\omega_c \tau)^2} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c \tau & 0 \\ \omega_c \tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + (\omega_c \tau)^2 \end{pmatrix}$ für $B \neq 0$.

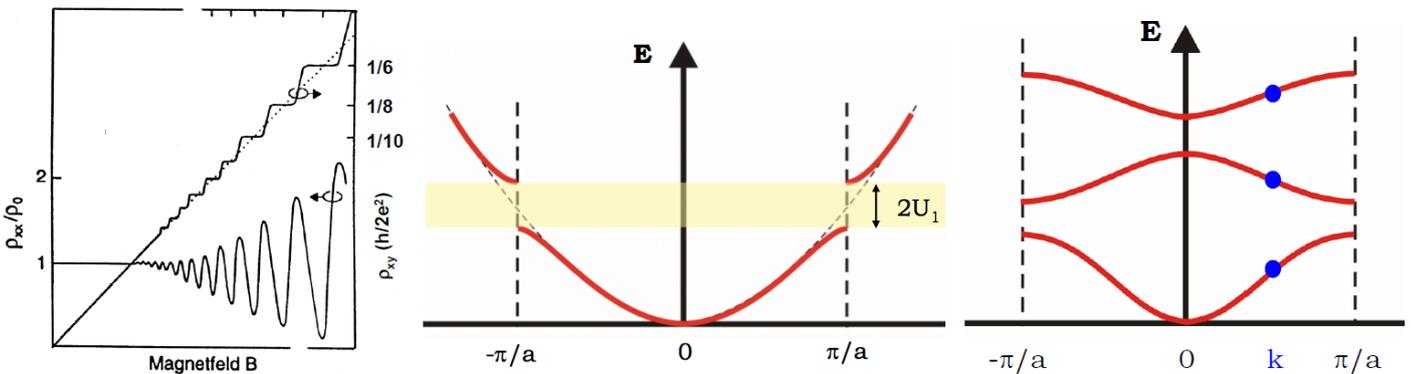
Zyklotronfrequenz	$\omega_C = eB/m$
Beweglichkeit	$\mu = \sigma/(ne)$
Streumechanismen	Elektron-Phonon (tempabh. aufgrund von tempabh. der Phononenzahl), an Defekten (\propto Defektkonz.), Elektron-Elektron (keine Auswirkung auf τ)
Hall-Effekt	$E = B I R_{Hall}$ mit $E = U d$, $R_{Hall} = -1/(en)$
quantisierter Hall-Effekt	$E = -h/(e^2 n) I$

7 Bandstruktur und Bloch-Theorem

Periodisches Potential: $[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(\vec{r})] \Psi(\vec{r}) = E \Psi(\vec{r})$ mit $U(\vec{r}) = U(\vec{r} + \vec{R})$

Näherungslösungen:

- Tight-binding: Bringe Atome mit diskreten Energieniveaus näher und näher zusammen. \rightarrow Aufhebung der Entartung
- Näherung nahezu freier Elektronen: Starte mit freiem Elektronengas und schalte periodisches Potential $U(x) = 2U_1 \cos(\frac{2\pi}{a}x)$ an. \rightarrow Störtheo liefert Energieverschiebung $\langle k' | U | k \rangle = U_1$ für $k - k' = \pm \frac{2\pi}{a}$, $k = \pm \frac{\pi}{a}$



Bloch Funktion: $u_{\vec{k}}(\vec{r}) = \sum_{\vec{K}} C_{\vec{k}-\vec{K}} \exp(-i\vec{K}\vec{r})$ beschreibt gitterperiodischen Anteil in $\Psi_{n,\vec{k}}(\vec{r}) = u_{n,\vec{k}}(\vec{r}) \exp(i\vec{k}\vec{r})$. Zu jedem \vec{k} -Vektor gibt es unendlich viele diskrete Energieeigenwerte. Eigenwerte zu unterschiedlichen \vec{k} -Vektoren formieren sich zu Energiebändern mit Bandindex n. Dabei ist die Zahl der besetzten Bänder ist bestimmt durch die Zahl der Elektronen pro Elementarzelle/2.

Bloch Theorem: Bloch-Funktion zu $\vec{k} = \vec{k}_0 + \vec{K}$ ist auch Bloch-Funktion zu \vec{k}_0 , d.h.

$$\Psi_{\vec{k}_0+\vec{K}}(\vec{r}) = \Psi_{\vec{k}_0}(\vec{r}), \quad E_{\vec{k}_0+\vec{K}}(\vec{r}) = E_{\vec{k}_0}(\vec{r})$$

Fermi-Oberfläche: Fläche konstanter Energie, welche die besetzten Zustände bei $T=0$ einschließt. Bragg-Reflexion führt zu deformation der Fermi-Fläche an BZ-Grenzen. Für freie Elektronen ist $\langle \vec{p} \rangle = \hbar \vec{k}$, sonst \neq .

Fermi Radius: 2DEG $k_F = \sqrt{2\pi n}$, 3DEG $k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$

Geschwindigkeit eines Elektrons: $\vec{v}_{n,\vec{k}} = \frac{1}{\hbar} \nabla_{\vec{k}} E_n(\vec{k})$, z.B. $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \rightarrow v(k_0) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE(k=k_0)}{dk} = \frac{\hbar k_0}{m}$

effektive Masse: reziproke eff. Masse ist durch die Krümmung der Energiefläche bestimmt.

$$\frac{d\vec{v}(\vec{k})}{dt} = (\mathbf{m}^*)^{-1} \cdot \vec{F} \quad \text{mit} \quad (\mathbf{m}^*)^{-1} = \frac{1}{\hbar^2} \nabla_{\vec{k}} \left[\nabla_{\vec{k}} E_n(\vec{k}) \right]$$

Zyklotronresonanz: $m_C = \frac{eB}{\omega_C} = \frac{eB}{2\pi} T = \frac{\hbar^2 dA}{2\pi dE} \stackrel{\text{parabolische Näherung}}{=} m^*$
 Metalle, Halbleiter, Isolatoren: Volle Bänder tragen keinen Strom.

8 Halbleiter

Halbleiter sind für $T = 0$ Isolatoren. Leitfähigkeit durch Besetzung des LB bei $T > 0$.

VB \rightarrow LB Übergang: Wellenzahl- und Energieerhaltung: $\vec{k}_i + \vec{k}_{\text{photon}} + \vec{q} = \vec{k}_f, E_i + \hbar\omega \pm \hbar\Omega = E_f$; Direkte und indirekte Übergänge

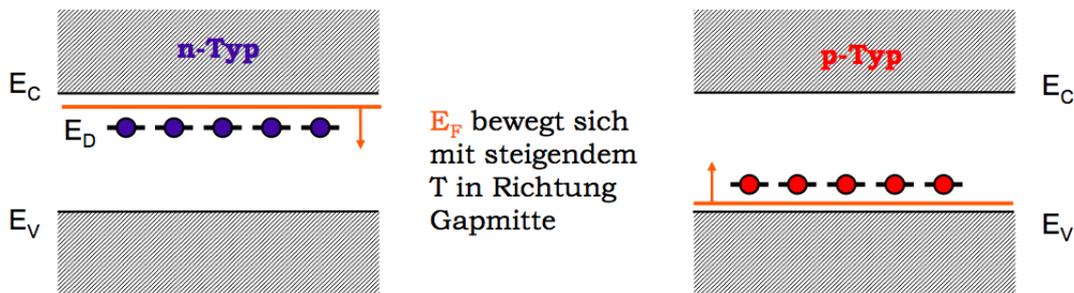
Löcher: fehlendes Elektron im Valenzband, Wellenvektor $\vec{k}_h = -\vec{k}_e$. Ein Loch verhält sich wie ein Teilchen mit entgegengesetzter Ladung, ansonsten gleichen Eigenschaften

Reale Valenzbandstruktur: HH („heavy holes“), LH („light holes“), SO („split-off“)

thermische Anregung in intrinsischen Halbleitern: Fermi-Dirac-Stat $f_{FD} = 1/(\exp((E - E_F)/kT) + 1)$

Elektronendichte Leitungsband: $n = \int_{E_C}^{\infty} D(E) f_{FD} dE$

Dotierung: $E_{\text{Donator}} = \frac{m^*}{m} \frac{1}{\epsilon^2} E_H, a_{\text{Donator}} = \frac{m}{m^*} \epsilon a_H$



Ladungsträgerdichte: $n_{\text{Elektronen}} = N_c e^{(E_F - E_C)/kT}$ mit $N_{v/c} = 2 \left(\frac{2\pi m_{h/e}^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$
 $p_{\text{Loecher}} = N_v e^{(E_V - E_F)/kT}$

Leitfähigkeit: $\vec{j} = e(n\mu_e + p\mu_h)\vec{E}$. Alle Größen temperaturabhängig!

Rekombination und Generation: im GG: $n_0 p_0 = n_i^2$ bei kontinuierlicher Erzeugung G_{therm} und Vernichtung $P = -G_{\text{therm}}$. Bei Ein- und Ausschalten von Licht gilt: $\Delta p \equiv p - p_0 = \Delta p(t=0)e^{-t/\tau}$ mit Minoritätsträgerlebensdauer $\tau = \frac{1}{rn_0}$.

pn-Übergang: Fermienergie ortsunabhängig; $E_F(x) = \text{const.}$ \rightarrow für $V = 0$, Quasiferminiveaus $E_{Fn} - E_{Fp} = V$ sonst

Sperr-Richtung: nur Driftstrom

Durchlassrichtung: Die Potentialbarriere muss zunächst kompensiert werden, dann exponentiell Strom $I = I_F \left(\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right)$.

Solarzelle: Groflachiger pn-Übergang auf den Licht einwirken kann. Trifft ein Photon mit Energie $E = h\nu \geq E_{\text{gap}}$ auf, so entsteht ein Elektron-Loch-Paar, das aufgrund der Raumladungzone getrennt wird.

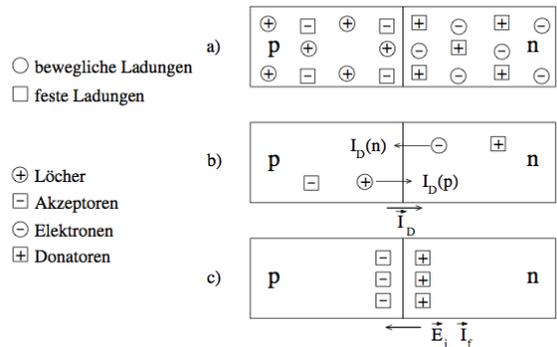
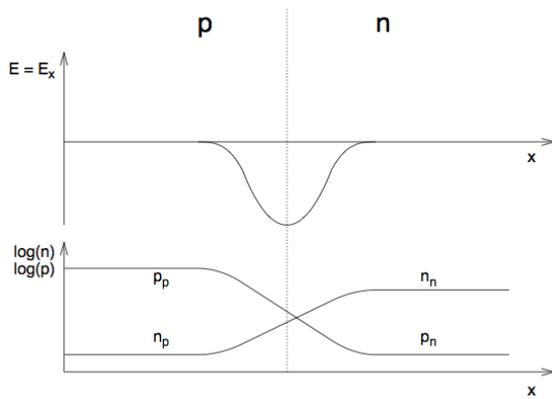
\rightarrow Spannung; $I = I_{\text{Sperr}} \left(\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right) - I_{\text{Last}}$

LED: Elektron-Loch Rekombination führt zu Lichtemission.

MOSFET: npn, pnp. V_{gate} führt zu Absenkung von E_C unter $E_F \rightarrow$ 2DEG (leitfähig)

Heterostrukturen: (z.B. AlGaAs) führt zu Bandverbiegung \rightarrow 2DEG

Halbleiterlaser: Quasi-Ferminiveaus in den Bändern \rightarrow Besetzungsinversion



9 Optische Eigenschaften

experimentelle Bestimmung: dielektrische Eigenschaften statisches Feld
 optische Eigenschaften zeitabhängiges Feld

MW-Gl in Materie (SI): $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ $\vec{\nabla} \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j} = \sigma \vec{E}$
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$

Materialgleichungen: $\vec{B} = \mu_r \mu_0 \vec{H} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M})$ $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

Suszeptibilitäten: $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$

Wellengleichung: $-\vec{\nabla}^2 \vec{E} + \mu_0 \sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$

Lösung: $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t}$

Brechungsindex: $\tilde{n} = \frac{c_0}{v_{ph}} = \frac{c_0 k}{\omega} = \sqrt{\epsilon + \frac{i\sigma}{\omega \epsilon_0}} \equiv n + i\kappa$

Dielektrische Funktion: $\tilde{\epsilon} \equiv \tilde{n}^2 \equiv \epsilon_1 + i\epsilon_2 \rightarrow \epsilon_1 = n^2 - \kappa^2, \epsilon_2 = 2n\kappa$

mit rel. Permeabilitäts-, Dielektrizitätskonstante μ_r, ϵ , Polarisation \vec{E}_0 , Dämpfungskonst. κ
 Reflexionsgrad (senkrechter Einfall): $R = \frac{(n-1)^2 + \kappa^2}{(n+1)^2 + \kappa^2}$

Ursachen der Polarisation \vec{P} : Orientierungsp. (Ausrichtung permanenter Dipole)
 ionische P. (Verschiebung der Ladungen)
 induzierte P. (induziertes Atomares Dipolmoment)

Clausius-Mossotti: $\frac{N\alpha}{3\epsilon_0} = \frac{\epsilon-1}{\epsilon-2}$ mit $\vec{p} = \alpha \vec{E}_{\text{lokal}}$

Plasmafrequenz: $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0 m_e}}$ mit Elektronendichte n_e . In Metallen ist $R = \Theta(\omega_p - \omega)$

10 Dia- und Paramagnetismus

Definition: $\chi < 0$ Diamagnetisch, $\chi > 0$ Paramagnetisch.

Diamagnetismus: Äußeres magnetisches Feld \vec{H} induziert Kreisstrom, der \vec{H} entgegenwirkt; Diamag. strebt zu niedrigerer Feldstärke; Jedes Material ist diamagnetisch, aber meist überlagert von anderen Effekten; Supraleiter sind perfekte Diam. mit $\chi = -1$.

Kopplungen: LS $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ mit $\vec{S} = \bigoplus_i s_i, \vec{L} = \bigoplus_i l_i$
 jj $\vec{J} = \sum_i \vec{j}_i$ mit $\vec{j}_i = s_i \oplus l_i$

Langevinscher Param: Hund (LS) $S = \max, L = \sum m_s, J = |L - / + S|$ für leere/volle Schalen
 mag. Momente $\vec{\mu} = -\frac{g\mu_B}{\hbar} \vec{J}$ mit $g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$
 Energie $E = g\mu_B m_J B$

Besetzung $p_{m_J} = e^{-E_{m_J}/k_B T} / (\sum_{m_J} e^{-E_{m_J}/k_B T})$
 B-Feld \rightarrow Energieaufspaltung \rightarrow Besetzung \rightarrow makroskopische Magnetisierung.

$J = 1/2$:
 Magnetisierung $M = (N_{-1/2} - N_{1/2})\mu_B = N \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \mu_B = N \tanh\left(\frac{\mu_B B}{k_B T}\right) \mu_B$
 Sättigung, Energie $M = N \mu_B, E_{m_J} = \pm \mu_B B$
 Curie-Gesetz $\chi = \frac{N \mu_B^2 \mu_0}{k_B T} \propto \frac{1}{T}$ für hohe Temperaturen

Pauli Param.: Pauli-Prinzip verhindert Umklappen der Spins freier Elektronen in Metallen. Nur Anteil von Spins an der Fermi-Kante $\propto T/T_F$ finden freie Zustände zum Umklappen. $\rightarrow M = \frac{3N\mu_B^2}{k_B T_F} B$