

PROTOKOLL ZUM
F-PRAKTIKUMSVERSUCH
POCKELS-EFFEKT



**Universität
Regensburg**

eingereicht von
Simon Wolfgang Mages und Florian Rappl

simon-wolfgang.mages@stud.uni-regensburg.de
florian.rappl@stud.uni-regensburg.de

9. November 2009

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
2	Grundlagen	2
2.1	Geeignete Medien	2
2.2	Beiträge zum Gesamteffekt	2
2.3	Impulsantwort	3
2.4	Pockels-Zelle	4
2.5	Beschreibung durch die Indikatrix	4
2.6	Senarmont-Methode	6
3	Versuchsdurchführung	6
3.1	Justierung der Geräte	7
3.2	Impulsantwort	8
3.2.1	Abschätzung der Ausbreitungsgeschwindigkeit	8
3.2.2	Abschätzung des Piezoelektrischen Beitrags	9
3.3	Senarmont-Methode	10
3.3.1	Verwendung des Lasers bei 632 nm Wellenlänge	10
3.3.2	Verwendung des Lasers bei 820 nm Wellenlänge	13
4	Fazit	15
	Literatur	16

1 Einleitung

Im Versuch Pockels-Effekt im F-Praktikum der Universität Regensburg geht es darum anhand des linearen elektrooptischen Effekts den experimentellen Umgang mit nichtlinearer Optik kennen zu lernen. Der Pockels-Effekt beschreibt die Veränderung der Brechungsindizes eines Nichtlinearen Kristalls bei Einwirkung eines elektrischen Feldes. Wir werden die für Optik relevanten Vorgänge beim Anlegen eines elektrischen Feldes an einen nichtlinearen Kristall in großer zeitlicher Auflösung betrachten, daraus ein Matrixelement der Konstanten des Effekts bestimmen und die relativen Anteile der verschiedenen Beiträge zum Gesamteffekt untersuchen.

2 Grundlagen

2.1 Geeignete Medien

Der Pockels-Effekt tritt nur in Kristallen ohne Inversionssymmetrie auf. Das liegt an der Linearität des Effektes: Angenommen der Effekt ist linear, d.h. ein elektrisches Feld E ruft eine Brechungsindexänderung $\Delta n = kE$ hervor, wobei k eine Proportionalitätskonstante ist. Legt man nun hingegen ein elektrisches Feld $-E$ an, so ergibt sich eine Änderung $\Delta n' = -kE$. Die Invertierung der Richtung des elektrischen Feldes ist äquivalent zu einer Invertierung des Kristalls, was aufgrund der Inversionssymmetrie physikalisch nicht unterscheidbar ist mit dem Fall des positiven Feldes. Also ist

$$\Delta n = \Delta n' \quad \Leftrightarrow \quad k = -k \quad \Leftrightarrow \quad k = 0.$$

Die Konstante des linearen Effekts ist also identisch Null, somit ist der Pockels-Effekt in Kristallen mit Inversionszentrum nicht vorhanden, man benötigt Kristalle ohne Inversionszentrum, wie z.B. den im Versuch verwendeten KD^*P -Kristall (für zweifach deuteriertes Kaliumdihydrogenphosphat, KD_2PO_4)

2.2 Beiträge zum Gesamteffekt

Die Konstante des linearen elektrischen Effektes r_{ijk} ist tensorwertig und definiert durch

$$\left(\frac{1}{\Delta n}\right)_{ij} = \sum_k r_{ijk} E_k.$$

Diese Konstante für den Gesamteffekt ist die Summe der Beiträge vom direkten elektrooptischen Effekt r'_{ijk} und einem piezoelektrisch-piezooptischen Zusatzbeitrag r^p_{ijk}

$$r_{ijk} = r'_{ijk} + r^p_{ijk}.$$

Hinter dem direkten elektrooptischen Effekt stehen zwei Prozesse, die Deformation der elektronischen Hüllen der Atome im Material durch das elektrische Feld (elektronischer Anteil) und die relative Verschiebung des positiven gegen das negative Ionengitter im Kristall (Gitteranteil). In diesem Versuch werden wir auf diese Aufspaltung nicht weiter eingehen. Der piezoelektrisch-piezooptische Zusatzbeitrag resultiert aus dem inversen piezoelektrischen Effekt, d.h. durch das elektrische Feld verändert sich die Ausdehnung des Kristalls. Dadurch verändert sich die Dichte des Kristalls, also auch sein Brechungsindex.

2.3 Impulsantwort

Um den direkten Effekt und den Zusatzbeitrag unterscheiden zu können, werden wir die Effekte beim Einschalten eines elektrischen Feldes näher untersuchen. Dabei treten die Auswirkungen des direkten Effektes sofort in Erscheinung, während sich die piezoelektrische Deformation erst wellenartig in den Messbereich ausbreiten muss und daher der Zusatzbeitrag erst nach einer gewissen Verzögerung auftritt. Diese Verzögerung t_{pr} lässt sich berechnen, wenn man den Entlastungswellen die Schallgeschwindigkeit im Kristall v zuschreibt. Es gilt also

$$t_{pr} = d/v,$$

mit der Distanz der Kristalloberfläche zum Messbereich d . Diese Entlastungswellen werden viele Male zwischen den Kristalloberflächen hin und her reflektiert bevor sie weggedämpft sind. Wenn man für die Messung dieser Vorgänge die Pockels-Zelle mit periodischer Rechtecksspannung ansteuert, ist also darauf zu achten, dass die Abstände der Pulse wie auch die Pulslängen so groß gewählt werden, dass die Schwingungen bereits genügend gedämpft wurden bevor der nächste Puls beginnt. Ferner ist es wichtig, den Messbereich im Kristall zentriert zu wählen, also den Laserstrahl zu zentrieren, da sonst weitere Strukturen in der Impulsantwort auftreten. Diese resultieren daraus, dass die Entlastungswellen von unterschiedlichen Kristallseiten zu unterschiedlichen Zeiten den Messbereich erreichen und für zwei Veränderungen des Brechungsindex sorgen.

2.4 Pockels-Zelle

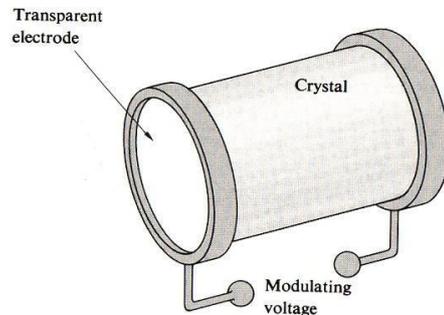


Abbildung 1: Longitudinale Pockels-Zelle

Die Pockels-Zelle ist die technische Realisierung des linearen elektrooptischen Effekts und macht ihn z.B. als schnellen optischen Schalter beim Laser-Q-Switching verfügbar. Die Zelle besteht aus dem nichtlinearen Kristall ohne Inversionszentrum und zwei durchsichtige bzw. ringförmige Elektroden, die ein elektrisches Feld in Richtung der optischen Achse erzeugen (longitudinale Anordnung, siehe Abbildung (1)). Der zu modifizierende Strahl durchläuft die Zelle ebenfalls in dieser Richtung. Ohne Feld wird der Strahl nicht verändert, da in Richtung der optischen Achse die Brechungsindizes für die beiden Polarisationsrichtungen gleich sind. Beim Anlegen einer Spannung wird diese Symmetrie gebrochen und der Strahl in zwei zueinander senkrecht polarisierte Teilstrahlen aufgespalten, denen unterschiedliche Brechungsindizes zugeordnet sind. Dadurch ergibt sich eine Phasendifferenz der beiden Teilstrahlen nach Durchlaufen der Pockels-Zelle von

$$\delta = 2\pi\Delta n \frac{l}{\lambda}$$

mit der Differenz der Brechungsindizes Δn , der durchlaufenen Länge des Kristalls l und der verwendeten Wellenlänge λ . Es ergibt sich elliptisch polarisiertes Licht, wenn man mit linear polarisiertem Laserlicht die Pockels-Zelle beleuchtet hat.

2.5 Beschreibung durch die Indikatrix

Die Veränderung der Brechungsindizes kann durch Benutzung der sog. Indikatrix, des optischen Indexellipsoids, dargestellt werden, das in Hauptachsenform folgender Gleichung genügt:

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1.$$

Ein Schnitt senkrecht zur optischen Achse und damit zur Strahlrichtung ist ein Kreis, weshalb alle Polarisationsrichtungen den gleichen Brechungsindex besitzen. Die Änderung der Koeffizienten $\frac{1}{n_i^2}$ im elektrischen Feld wird wieder durch

$$\left(\frac{1}{\Delta n}\right)_{ij} = \sum_k r_{ijk} E_k,$$

beschrieben, d.h. die Indikatrix wird deformiert, die Brechungsindizes in der Schnittebene sind nicht mehr isotrop. Verwendet man die Indexverkürzung der Indizes i und j zu einem einzelnen Index i , beachtet spezielle Symmetrieeigenschaften des KD^*P -Kristalls und die longitudinale Anordnung der Zelle so vereinfacht sich die allgemeine Ellipsoidgleichung für ein beliebiges elektrisches Feld stark. Für unsere Zwecke ist auch noch ausreichend, die Gleichung der Schnittellipse des Ellipsoids mit einer Achse senkrecht zur optischen Achse in Hauptachsenform zu kennen, was eine weitere Vereinfachung bewirkt:

$$x_1^2 \left(\frac{1}{n_o^2} - r_{63} E_3 \right) + x_2^2 \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{63} E_3 \right) = 1,$$

mit dem Brechungsindex n_o für den ordentlichen Strahl, dem letzten verbliebenen relevanten Matrixelement der Konstanten des Effekts r_{63} und dem elektrischen Feld in Richtung der optischen Achse E_3 . Betrachtet man nun wie für das Experiment relevant zwei um $\frac{\pi}{4}$ gegenüber diesen Hauptachsen gedrehte Achsen, so erhält man für den Brechungsindexunterschied

$$\Delta n = r_{63} E_3 n_o^3.$$

In der Pockels-Zelle kommt das elektrische Feld durch Anlegen einer Spannung U zustande, also ist $E_3 = \frac{U}{l}$. Somit folgt mit der Gleichung für die Phasendifferenz δ aus dem Abschnitt über die Pockels-Zelle für das Matrixelement

$$r_{63} = \frac{\delta \lambda}{2\pi n_o^3 U}.$$

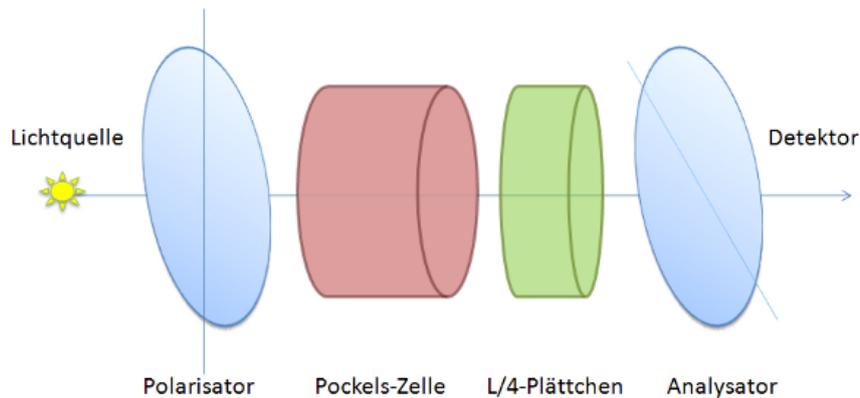


Abbildung 2: Schematischer Aufbau der Senarmont-Methode

2.6 Senarmont-Methode

Der Aufbau der Senarmont-Methode ist schematisch in Abbildung (2) dargestellt.

Zur Messung von r_{63} müssen wir also nur noch die Phasenverschiebung δ messen können. Nach der Pockels-Zelle ist das zuvor linear polarisierte Licht elliptisch polarisiert. Mit einem $\frac{\lambda}{4}$ -Plättchen, bei dem eine Hauptschwingungsachse mit einer Hauptachse der Ellipse des elliptisch polarisierten Lichtes übereinstimmt, kann man dieses elliptisch polarisierte Licht wieder in linear polarisiertes Licht verwandeln. Relativ zur ursprünglichen Polarisationsrichtung hat die neue Polarisationsrichtung aber einen Winkel

$$\alpha = \frac{\delta}{2},$$

wobei δ die Phasendifferenz der beiden Teilwellen ist. Das ergibt sich aus der Geometrie des Kompensators. Dieses Vorgehen nennt man Senarmontsche Kompensationsmethode. Um diese Polarisationsrichtung zu messen, bedient man sich eines Analysators, den man senkrecht zur Polarisationsrichtung einstellt. Da die Transmission bei α und $\pi + \alpha$ null ist, macht es keinen Unterschied welchen Winkel man wählt. es gibt also zwei Analysatorstellungen für das Minimum.

3 Versuchsdurchführung

Die Durchführung des Versuches wurde in drei Teile aufgeteilt. Zunächst wird der Versuchsaufbau schrittweise aufgebaut und dabei permanent justiert, so dass die Messungen unter den günstigsten Konditionen statt finden können.

Im zweiten Teil werden über den Impulsgenerator Rechtecksspannungen mit einem Spitzenwert von 350 V generiert. Die dabei erzielten Ergebnisse können benutzt werden, um sowohl die Schallgeschwindigkeit im Kristall rauszufinden, als auch Aussagen über das ungefähre Verhältnis des direkten Pockels-Effekt (linearen elektro-optischen Effektes) zum piezo-elektrischen Nebeneffekt (welcher aufgrund der Schallgeschwindigkeit erst nach einer gewissen Zeit im Oszillator sichtbar ist) machen zu können. Im letzten Teil des Versuches wird die Spannungsabhängigkeit des Drehwinkels durch die Pockels-Zelle, sowie die Abhängigkeit des Pockels-Effektes von der Wellenlänge des durchlaufenden Lichtstrahls untersucht.

3.1 Justierung der Geräte

Beim Justieren der Geräte hielten wir uns exakt an die Anleitung [1]. Dafür wurden zuerst die bereits eingesteckten und vermutlich für den letzten Versuchsteil bereits justierten Geräte von der optischen Bank entfernt und alles Schritt für Schritt neu aufgebaut.

Vorzugsrichtung des $\lambda/4$ -Plättchens Zunächst musste das $\lambda/4$ -Plättchen für 632 nm justiert werden. Dazu muss das Plättchen genauso eingestellt werden, dass eine seiner Hauptschwingungsrichtungen parallel zur Polarisationsrichtung des einfallenden Lichtes steht. Um dies herausfinden zu können stellten wir das Plättchen zwischen Polarisator und Analysator und schalteten den HeNe-Laser (mit $\lambda = 632$ nm) ein. Das Plättchen wurde nun so lange gedreht, bis eine völlige Auslöschung festzustellen war. Nachdem dies erreicht war, wurde das $\lambda/4$ -Plättchen entfernt (vorher wurde die genaue Drehposition über eine Schraube fixiert) und die Pockels-Zelle in den Strahlengang gestellt.

Einstellen der Pockels-Zelle Zur Justage der Pockels-Zelle stellten wir eine kurzbrennweitige Linse in den Strahlengang vor die Pockels-Zelle. Nach Optimierung des Strahlenverlaufes (Zentrum des durch die Linse passierten Strahles soll durch die Mitte der Pockels-Zelle laufen) wurde die Pockels-Zelle so eingestellt, dass die auf den Schirm geworfene Figur (dies ist eine Kristallinterferenz - sog. Isogyrenkreuz) ein zentrales Maximum annimmt. Nachdem wir es erreicht hatten, dass das Zentrum der Figur genau auf dem Laserstrahl lag, war die Einstellung der Pockels-Zelle abgeschlossen. Dabei ist anzumerken, dass die Achsen x'_1 und x'_2 schon im 45° -Winkel zur Polarisationsrichtung des Laserlichts standen.

dieser Intensitätserhöhung kann man die Zeit ablesen, welche die (akustischen) Entlastungswellen benötigen um den Kristall von außen bis zur Mitte zu durchlaufen (Schallgeschwindigkeit). Wir stellten fest, dass die Antwortzeit des Kristalls bei etwa

$$t_{\text{Antwort}} = (2,1 \pm 0,1)\mu\text{s}$$

liegt. Berechnen wir nun die Geschwindigkeit über

$$v = \frac{x}{t} = \frac{d_{\text{Kristall}} - d_{\text{Strahl}}}{2t_{\text{Antwort}}},$$

wobei die Dicke des Kristalles bei $d_{\text{Kristall}} = 8 \text{ mm}$ angegeben ist und wir für die Dicke des Strahls etwa $d_{\text{Strahl}} = 1 \text{ mm}$ schätzen, dann erhalten wir

$$v = (1,66 \pm 0,27) \cdot 10^3 \text{ m/s.}$$

Dies bestätigt den Literaturwert von 1,6 km/s.

3.2.2 Abschätzung des Piezoelektrischen Beitrags

Betrachtet man nun die gemittelten Amplituden der beiden Stufen (ohne Piezoelektrischen Beitrag (Abbildung (4)) - in dem Segment, welches die Dauer t_{Antwort} besitzt - und mit dem Piezoelektrischen Beitrag (Abbildung (5)), welches erst nach der Dauer anfängt), so hat man die Möglichkeit Aussagen über das Verhältnis der beiden Anteile machen zu können. Wir stellten fest, dass die gemittelte Amplitude des ersten Beitrages (direkten linearen elektrooptischen Effektes - direkter Pockels-Effekt) und zweiten Beitrages (gesamter Effekt - schließt den piezoelektrischen Effekt mit ein) bei etwa

$$U_1 = (238 \pm 10) \text{ mV}, \quad U_2 = (288 \pm 10) \text{ mV},$$

liegen. Wir stellten somit fest, dass der direkte Pockels-Effekt in etwa bei

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{r'_{63}}{r_{63}} = (82 \pm 15)\%$$

liegt. Somit trägt beim KD^*P v.a. der direkte Pockels-Effekt-Beitrag zum elektrooptischen Effekt bei.

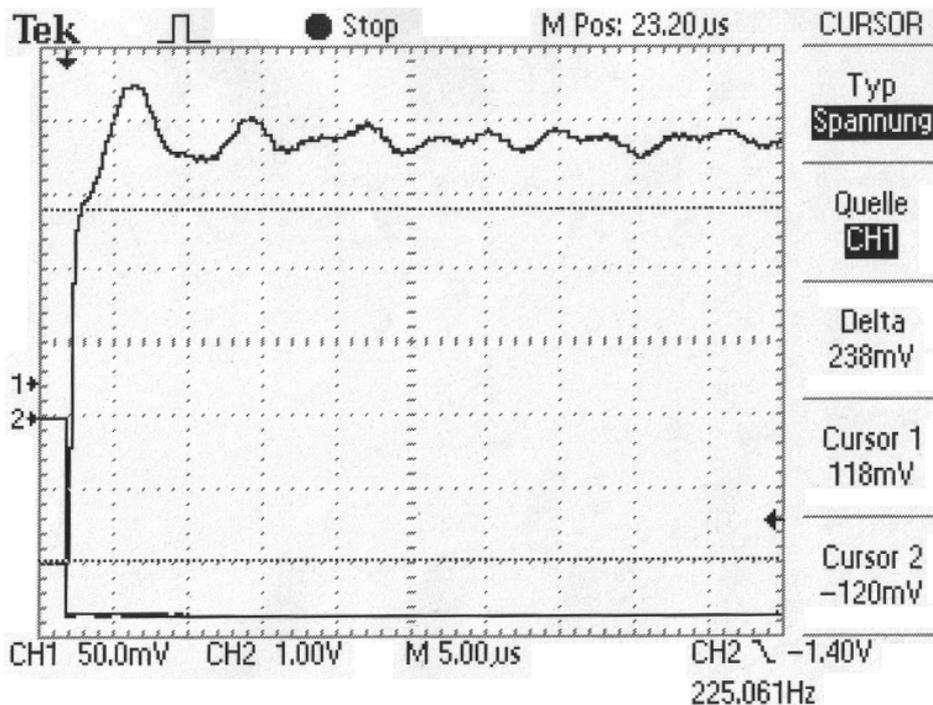


Abbildung 4: Oszilloskopaufnahme zum Abschätzen des direkten Pockels-Effektes

3.3 Senarmont-Methode

Für den zweiten Versuchsteil wurde das bereits vorher justierte $\lambda/4$ -Plättchen in den Strahlengang gesetzt und die Pockels-Zelle an den Hochspannungsgenerator angeschlossen. Zunächst interessierten wir uns für die Abhängigkeit des Drehwinkels von der angelegten Spannung. Danach machten wir noch eine Messung zur Bestätigung der Abhängigkeit von der Wellenlänge.

3.3.1 Verwendung des Lasers bei 632 nm Wellenlänge

Zunächst wurde ein HeNe-Laser mit einer Wellenlänge von 632 nm verwendet. Nach korrekter Einstellung des Oszilloskops war es uns möglich die Intensitätsunterschiede über das Oszilloskop aufzulösen. Somit konnten wir optimale Messergebnisse erhalten. Damit die Linearität (eben auch durch die Antisymmetrie um den Nullpunkt, $f(x) = -f(-x)$) schöner ersichtlich ist, wurde der Drehwinkel im Nullpunkt (Spannung auf 0 V) auf 0° gesetzt. Die Messwerte sind in Tabelle (1) ersichtlich.

Approximieren wir die Messpunkte durch eine Funktion, so erhalten wir eine

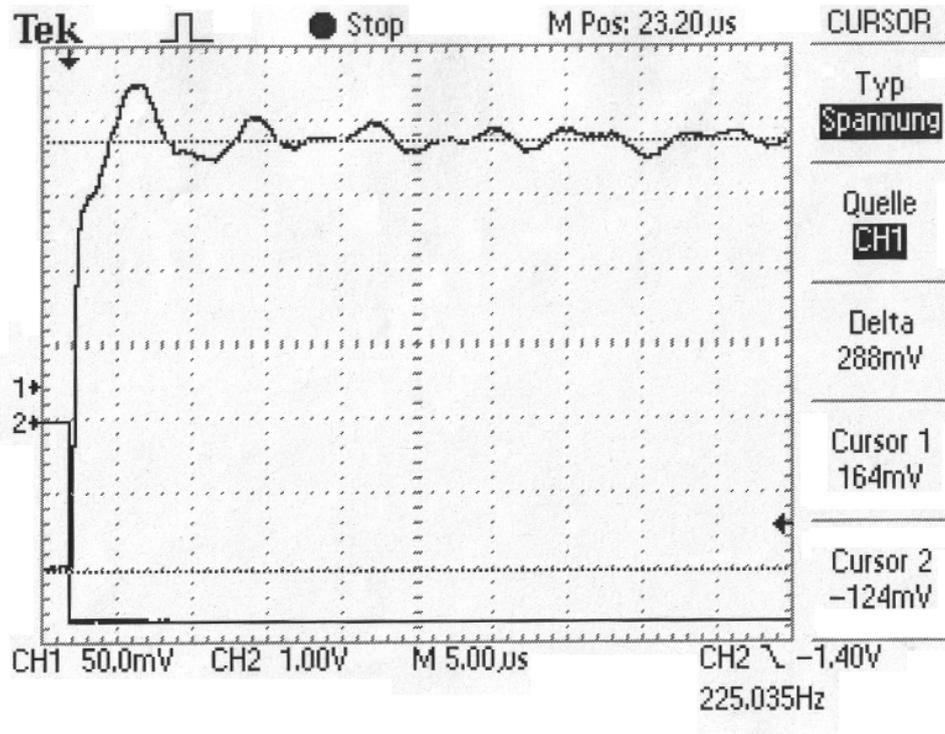


Abbildung 5: Oszilloskopaufnahme zum Abschätzen des gesamten elektrooptischen Effektes

Geradengleichung

$$f(x) = Ax + B,$$

welche durch $A = 0,0186$ und $B = -0,747$ approximiert wird. Die Standardabweichung dabei beträgt 0,5. Theoretisch erwarteten wir den Zusammenhang

$$\alpha = \left(\frac{n_0^3 \pi r_{63}}{\lambda} \right) U,$$

also ist

$$r_{63} = \frac{A\lambda}{n_0^3 \pi} = 1,2 \cdot 10^{-9} \text{ m/V.}$$

Mit dem ergebnis aus dem vorherigen Abschnitt kann man nun auch r'_{63} berechnen:

$$r'_{63} = r_{63}(1 - 0,82) = 2,0 \cdot 10^{-10} \text{ m/V.}$$

Spannung U [V]	Drehwinkel α [°]
-800	-16
-600	-12
-400	-8
-200	-4
0	0
200	3
400	6
600	10
800	14
1000	18
1200	21
1400	26

Tabelle 1: Messdaten Senaromont-Methode bei 632 nm

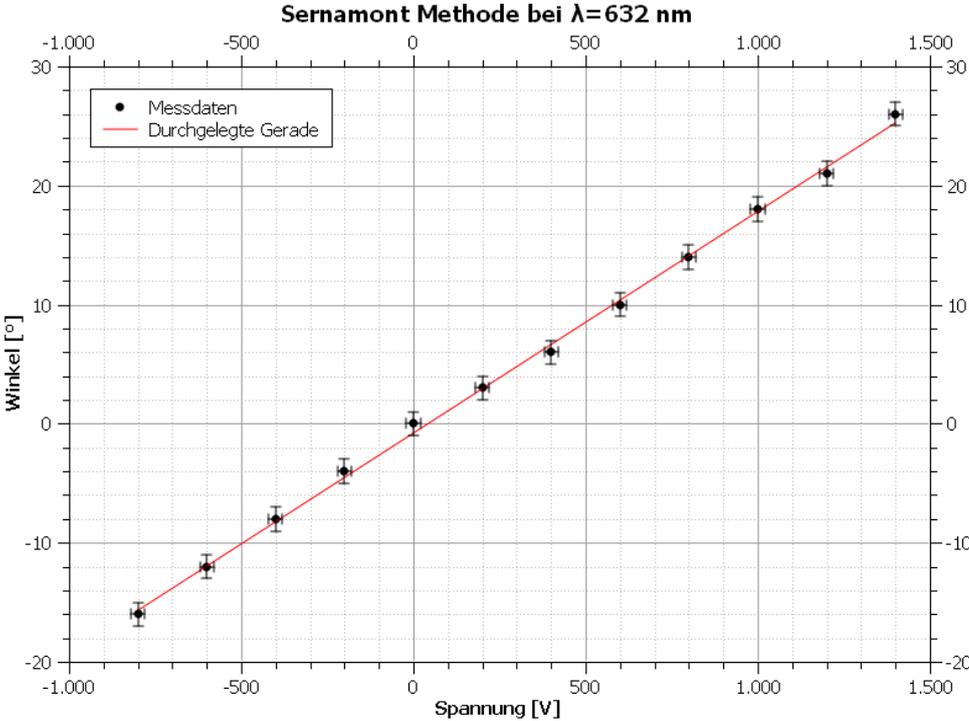


Abbildung 6: Messdaten mit approximierter Gerade für $\lambda = 632$ nm

Somit konnten wir die Theorie (linearer Zusammenhang) bestätigen. Die entsprechende Darstellung dazu liefert Abbildung (6).

3.3.2 Verwendung des Lasers bei 820 nm Wellenlänge

Bei der Messung mit dem infraroten Laserstrahl erwarteten wir einen geringen Rückgang der Geradensteigung (des notwendigen Drehwinkels). Aus der Theorie wissen wir, dass der Zusammenhang zwischen α , U und λ dargestellt wird durch

$$\alpha = \left(\frac{n_o^3 \pi r_{63}}{\lambda} \right) U.$$

Daher erwarteten wir, dass sich die Messdaten um den Faktor

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{632}{820} \approx 0,77$$

ändern. Die Messung gestaltete sich in diesem Fall sehr viel schwieriger, da sich die Intensitätsänderung nicht mehr vernünftig durch das Oszilloskop auflösen lässt. Mithilfe einer Indiktorkarte machten wir den infraroten Laserstrahl sichtbar und achteten auf Intensitätsänderungen. Diese waren zwar erkennbar, allerdings ist allein schon durch die verwendete Messmethode ein größerer Messfehler vorhanden. Die somit gemessenen Werte sind in Tabelle (2) dargestellt.

Spannung U [V]	Drehwinkel α [°]
-600	-10
-200	-3
0	0
200	3
400	5
600	8
800	11
1000	14
1200	16
1400	21

Tabelle 2: Messdaten Senaromont-Methode bei 820 nm

Approximieren wir die Messpunkte durch eine Funktion, so erhalten wir eine Geradengleichung

$$f(x) = Ax + B,$$

welche durch $A = 0,0147$ und $B = -0,539$ approximiert wird. Die Standardabweichung betrug in diesem Fall rund 0,7. Die erhöhte Standardabweichung

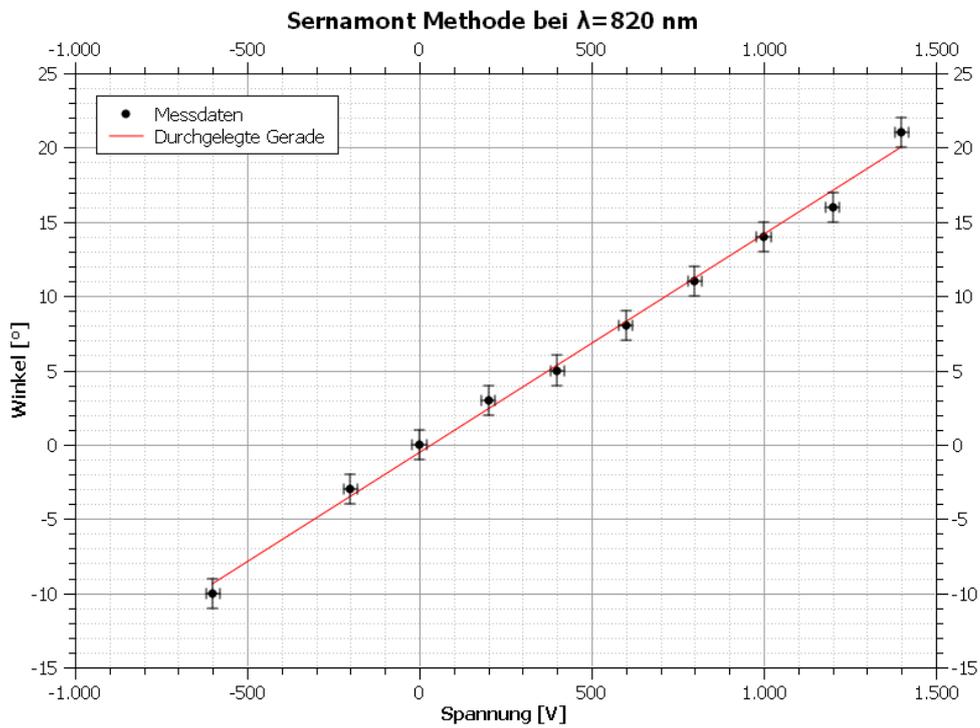


Abbildung 7: Messdaten mit approximierter Gerade für $\lambda = 820 \text{ nm}$

ist auf die oben erwähnte ungenauere Messung zurückzuführen. Die Steigung entspricht genau den Erwartungen, da

$$A_{632 \text{ nm}} \cdot \frac{632}{820} \approx A_{820 \text{ nm}}.$$

Wir konnten somit die Theorie bestätigen. Die Messdaten sind in Abbildung (7) grafisch dargestellt.

4 Fazit

Abschließend bleibt zu sagen, dass uns dieser Versuch zwar dabei geholfen hat, die Theorie hinter dem (linearen) elektrooptischen Effekt zu vertiefen, man aber doch noch etwas tiefer gehen hätte können, bzw. mehr in der Versuchsdurchführung hätte machen können. Wir konnten die theoretischen Formeln bestätigen und erhielten fast genau den angegebenen Wert für die Schallgeschwindigkeit des KD^*P -Kristalls, nämlich

$$v_{\text{Schall}} = 1,7 \text{ km/s.}$$

Den direkten linear elektrooptischen Anteil am Effekt bezifferten wir zu 82%, was innerhalb des Fehlers mit dem erwarteten Literaturwert übereinstimmt. Somit konnten wir auch in diesem Abschnitt die Theorie bestätigen. Die Formel

$$\alpha = \left(\frac{n_o^3 \pi r_{63}}{\lambda} \right) U$$

konnten wir sowohl in den Punkten Linearität ($\alpha = kU$, mit einer Konstanten k), als auch Abhängigkeit der Konstanten k von der Wellenlänge λ bestätigen. Dies zeigte sich bei unseren Messungen mit der Senarmont-Methode.

Tabellenverzeichnis

1	Messdaten Senaromont-Methode bei 632 nm	12
2	Messdaten Senaromont-Methode bei 820 nm	13

Abbildungsverzeichnis

1	Longitudinale Pockels-Zelle	4
2	Schematischer Aufbau der Senaromont-Methode	6
3	Oszilloskopaufnahme der Impulsantwort	8
4	Oszilloskopaufnahme zum Abschätzen des direkten Pockels-Effektes	10
5	Oszilloskopaufnahme zum Abschätzen des gesamten elektrooptischen Effektes	11
6	Messdaten mit approximierter Gerade für $\lambda = 632$ nm	12
7	Messdaten mit approximierter Gerade für $\lambda = 820$ nm	14

Literatur

- [1] Universität Regensburg. *Anleitung zum F-Praktikumsversuch Pockels-Effekt*. 1991.
- [2] Will Kleber. *Introduction to Crystallography*. 1970.
- [3] Amnon Yariv. *Quantum Electronics*. 1975.
- [4] Wolfgang Zinth. *Optik*. 2008.
- [5] wikipedia.org. *Pockels-Effekt*. 2009.